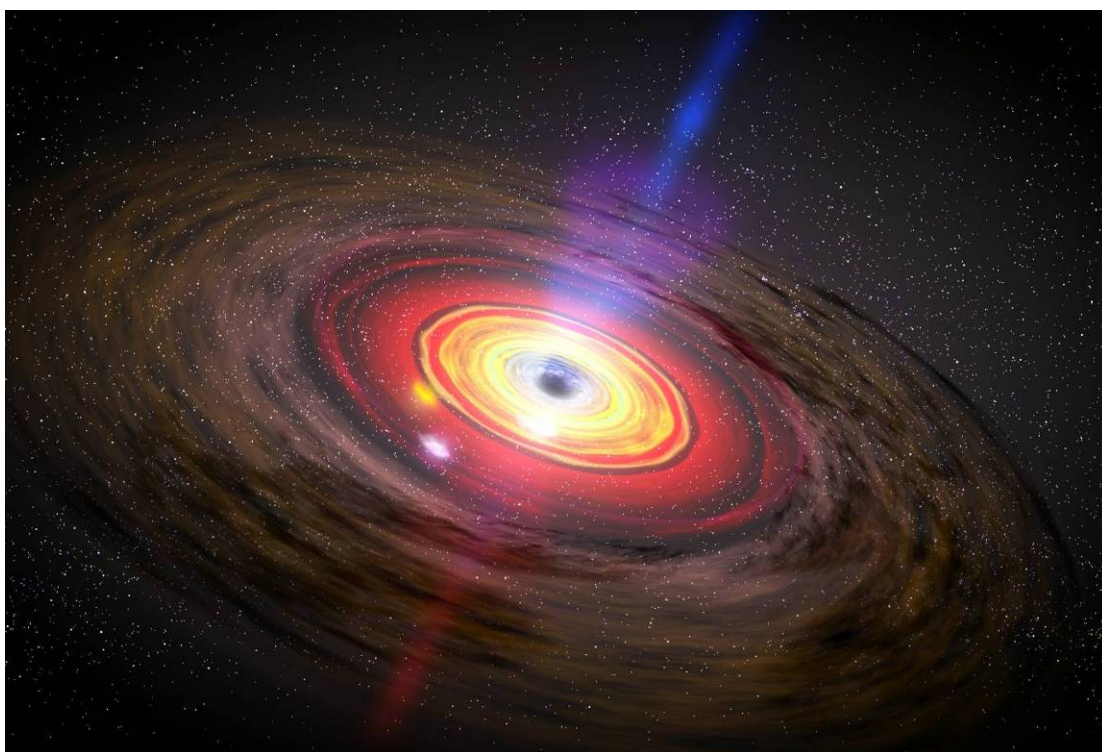


# La Forza di Gravità

## Percorso nella storia

traccia di approfondimento a cura di  
**Daniele Dimonte**



## Prima di Newton

Secondo **Aristotele**, la Terra era formata da quattro elementi: **terra**, **aria**, **fuoco** e **acqua**. Le varie combinazioni degli elementi costituivano tutto ciò che c'era sulla terra. Ogni elemento aveva due delle quattro caratteristiche (o "attributi") della materia: secco (terra e fuoco) o umido

	<i>secco</i>	<i>umido</i>
<i>Freddo</i>	Terra	Acqua
<i>Caldo</i>	Fuoco	Aria

(aria ed acqua), freddo (acqua e terra) o caldo (fuoco e aria). Ogni elemento aveva la tendenza a rimanere o a tornare nel proprio **luogo naturale**, che per la terra e l'acqua è il **basso**, mentre per l'aria e il fuoco è l'**alto** (in ordine gli elementi andavano dalla terra, più pesante, all'acqua, all'aria e infine al fuoco, il più leggero). Questa fu una delle prime concezioni di **gravità**: egli tentava di dare una spiegazione alla differente tendenza di alcuni oggetti di andare in basso e di altri di andare in alto (il fuoco era considerato alla stregua di qualsiasi altro oggetto, quindi risultava strano che "salisse" verso l'alto). Inoltre Aristotele diede anche una delle prime spiegazioni della forma dell'universo, teorizzando il **geocentrismo**: infatti la Terra come pianeta non può che stare al centro dell'universo, dato che i principali elementi che la formano sono acqua e terra, che sono due elementi che tendono al basso (il "basso assoluto" che rappresenta dunque il centro dell'universo). Aristotele inoltre prevedeva delle sfere di cristallo (in modo che fossero trasparenti) a sostenere i pianeti nelle loro orbite.

La teoria geocentrica fu poi ampiamente descritta dal famoso astrologo **Claudio Tolomeo** nell' "*Almagesto*" (il quale però dovette ricorrere a strumenti quali gli epicicli per spiegare le complicate traiettorie dei pianeti) e non trovò smentita fino al 1543 con l'opera di Copernico "*De revolutionibus orbium coelestium*".

L'astronomo indiano **Brahmagupta** nel suo "*Brahmasphuta Siddhanta*" (628 d.C.) riconobbe la **gravità** come una forza di attrazione; parlando di essa, Brahmagupta si riferì al sistema solare eliocentrico precedentemente sviluppato da **Aryabhata** e capì che vi era una forza di attrazione fra Sole e Terra. Molte furono le critiche in seguito mosse a questo sistema, poiché in molti sostenevano che se questa attrazione reciproca fra Sole e Terra fosse realmente esistita, gli oggetti avrebbero dovuto tendere a "cadere" via dalla Terra.

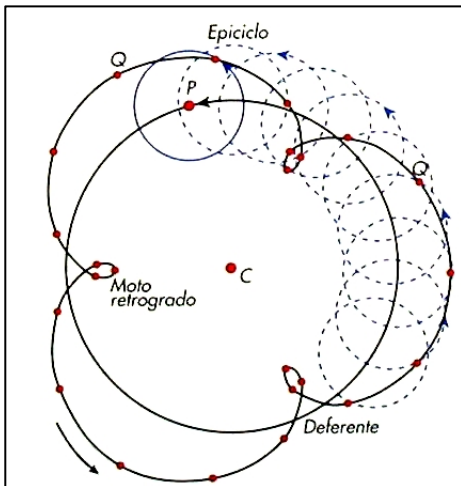
Nella sua opera “*Ta’rikh al-Hind*” (tradotta poi come “*Indica*”), l’astronomo persiano **Abu al-Rayhan al-Biruni** difende il sistema di Aryabhata e Brahmagupta facendo dire a quest’ultimo: “Tutti gli oggetti pesanti sono attratti verso il centro della Terra. La Terra è uguale da qualsiasi punto di vista; tutte le persone sulla Terra stanno in piedi dritte, e tutte gli oggetti con un peso cadono verso la Terra per una legge di natura, poiché è nella natura della Terra quella di attrarre e trattenere gli oggetti, così come è nella natura dell’acqua quella di scorrere, del fuoco quella di bruciare, e del vento di mettere in moto... La Terra è l’unico corpo che si trovi in basso, e i semi vi ritornano sempre, in qualsiasi direzione li si lanci via, senza allontanarsi mai dalla Terra”.

Brahmagupta descrive questo fenomeno con il termine *gruhtvaakarshan*, che ha praticamente lo stesso significato di “attrazione”, mentre al-Biruni lo descrive come “l’attrazione di tutti gli oggetti verso il centro della Terra”.

Nel IX secolo d.c. **Muhammad ibn Musa** ipotizza l’esistenza di una forza di attrazione fra corpi celesti nei suoi “*Moti Astrali*” e “*La Forza di Attrazione*”, anticipando la Legge di Gravitazione Universale di Newton.

Intorno all’anno 1000, **Ibn al-Haytam** (latinizzato in **Alhazen**), fisico e astronomo coevo di al-Biruni, discusse la teoria dell’attrazione fra le masse, e sembrerebbe che fosse cosciente del modulo dell’accelerazione dovuto alla forza di gravità **a distanza** (dove per “a distanza” si intende fra oggetti separati dal vuoto, come i pianeti).

Nel 1121, un fisico, **al-Khazini**, nel suo “*Kitab Mizan al-Hikma*”, differenziò fra loro **Forza**, **Massa** e **Peso**, e affermò che l’intensità della gravità varia con la distanza dal centro della Terra, sebbene pensasse che il peso di oggetti di grande massa aumentasse all’aumentare della loro distanza dal centro della Terra.

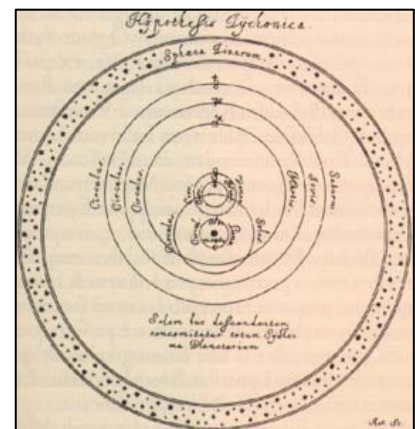


Nel 1543 **Nikolaus Kepperlingk**, latinizzato poi in **Copernico**, pubblica la sua maggiore opera, “*De revolutionibus orbium coelestium*”, nella quale riprende e divulga una teoria di Aristarco (III sec. a.C.), conosciuta come la teoria **eliocentrica**, in base alla quale il Sole è ritenuto immobile al centro dell’universo, mentre la Terra e i pianeti ruotano su orbite circolari intorno ad esso. La teoria di Copernico provocò una crisi profonda nella concezione dell’universo, sembrando inconciliabile con l’assunto

filosofico e religioso della centralità dell’uomo. Dal punto di vista strettamente scientifico, il modello copernicano, che pure semplificava notevolmente la descrizione del sistema solare, non si conciliava in maniera precisa con le osservazioni astronomiche. Per trovare un miglior accordo con i dati sperimentali, Copernico fu costretto a ricorrere agli epicicli, giungendo ad un modello complicato e artificioso quasi quanto quello usato a suo tempo da Tolomeo per giustificare il *geocentrismo*. Si accese in quel periodo anche una forte disputa a tal proposito fra i sostenitori delle due teorie, disputa che si fece ancor più accesa con l’intervento di **Galileo** a sostegno della teoria *eliocentrica*: egli infatti tentò di convincere gli esponenti della Chiesa cattolica a accettare e propagandare questa teoria, ma senza successo. Infatti ben presto le opere a favore dell’*eliocentrismo* furono considerate eretiche e condannate dalla Chiesa.

Gli studi di **Galileo** inoltre furono molto importanti perché egli iniziò a fare veri e propri esperimenti sulla forza di gravità, in seguito ai quali riuscì a determinare il valore dell’accelerazione di gravità: egli studiò infatti la caduta di sfere ben levigate lungo un piano inclinato, anch’esso ben levigato. Poiché il moto della sfera dipende dall’angolo di inclinazione del piano, con semplici misure ad angoli differenti riuscì a ottenere un valore di poco inferiore a quello oggi noto, a causa di errori sistematici dovuti all’attrito, che non poteva essere completamente eliminato.

Attorno al XVI sec. **Tycho Brahe** iniziò ad elaborare con il suo assistente Johannes Kepler un nuovo modello dell’universo, conosciuto come *sistema ticonico*, la cui importanza è di essere un

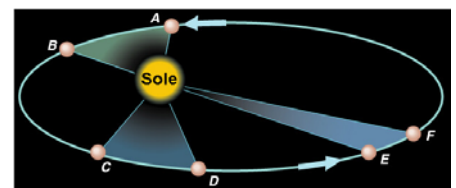


sistema ibrido fra quello *eliocentrico* e quello *geocentrico*. Infatti per Brahe al centro dell'universo vi era la Terra, attorno alla quale ruotavano solo la Luna e il Sole, e attorno ad esso ruotavano tutti i pianeti. Questo sistema ebbe un'importanza molto elevata, da due punti di vista: innanzitutto manteneva il precetto secondo il quale la Terra dovesse essere posta al centro dell'universo, e allo stesso tempo introduceva il fatto che il Sole fosse al centro delle orbite di tutti gli altri pianeti; inoltre non prevedeva più le sfere di cristallo di Aristotele, anche se non si distaccava dall'idea della sfera delle stelle fisse.

Il suo assistente, il giovane **Keplero**, però non condivideva la sua teoria. Cercò invano di convincerlo a adottare il modello eliocentrico del Sistema Solare. Il frutto del suo lavoro sono le tre leggi che da lui prendono il nome.

**I legge di Keplero:** I pianeti descrivono attorno al Sole orbite ellittiche di cui il Sole occupa uno dei due fuochi.

**II legge di Keplero:** Il raggio vettore tracciato dal Sole ad uno qualsiasi dei pianeti descrive aree uguali in intervalli di tempo uguali.



**III legge di Keplero:** I quadrati dei periodi di rivoluzione sono proporzionali ai cubi dei semiassi maggiori delle loro orbite ellittiche.

Infine nel 1660 **Robert Hooke** formulò la sua legge di gravitazione celeste, che asserisce che “*ogni pianeta è attratto dal Sole con una forza proporzionale alla sua massa e inversamente proporzionale al quadrato della sua distanza da esso*”, che dava le basi alla più famosa Legge di gravitazione universale.

## Newton

Partendo dalle leggi di Keplero e dalla legge di gravitazione celeste di Hooke nel 1687 lo scienziato **Isaac Newton** pubblica il suo lavoro “*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*” nel quale è esposta la **Legge di Gravitazione Universale**.

Il più grande trionfo della teoria di Newton fu che nel 1843 il matematico **Jhon Couch Adams** e indipendentemente anche il matematico **Urbain Le Verrier** riuscirono a prevedere l'esistenza di Nettuno, fornendo una stima alquanto precisa su massa e posizione del pianeta; il pianeta venne poi osservato con successo nel 1846.

Ironicamente, proprio una discrepanza nei moti dei pianeti del sistema solare è l'indicazione che la teoria di Newton non sia esatta. Nel corso del diciannovesimo secolo si sapeva di una perturbazione nell'orbita di Mercurio che sulla base dei dati allora in possesso non poteva essere spiegata per intero dalle leggi di Newton; ogni tentativo volto alla ricerca di un nuovo pianeta che perturbasse l'orbita di Mercurio (proprio come era successo con Nettuno) si concluse in un insuccesso.

## Da Newton ai giorni nostri

Le motivazioni della perturbazione dell'orbita di Mercurio furono scoperte da **Albert Einstein** nel 1915 quando pubblicò la **Teoria della Relatività Generale**. Partendo dal *principio di equivalenza*, sviluppa una teoria nella quale gli effetti gravitazionali sono dovute unicamente alla curvatura dello spazio-tempo, e quindi a proprietà *locali* dello spazio-tempo, senza bisogno di forze a distanza. Le onde gravitazionali, seppur teorizzate da Einstein, non sono mai state osservate e si pensa sia a causa della piccolezza degli effetti. È interessante vedere che se si calcolasse il limite non relativistico (vale a dire con  $c$  che tende a infinito) della forza di gravità secondo la teoria della relatività generale si ottiene esattamente la formula della forza di gravità secondo Newton.

I tentativi di quantizzazione della gravità non hanno avuto finora buon esito, sebbene esistano varie teorie, raccolte sotto il nome di teorie della gravità quantistica che tra le altre cose prevedrebbero anche l'esistenza dei gravitoni.

<i>forze fondamentali</i>	<i>costanti di accoppiamento</i>
Gravità	$10^{-39}$
Interazione elettromagnetica	$1/137,04$
Forza nucleare Forte	1
Forza nucleare Debole	$10^{-6}$

Ad oggi, la fiducia nella possibilità dell'esistenza di una grande teoria unica che riesca a comprendere insieme tutte le leggi che regolano la realtà ha dato il via ad una serie di studi tesi a riunire insieme le varie forze fondamentali nella *GUT* (*Teoria della Grande Unificazione*). La

vera difficoltà dell'elaborazione di questa teoria è unire alle altre forze la *forza di gravità*, e questo è dovuto probabilmente alla grande differenza di ordini fra le loro *costanti di accoppiamento*, le quali definiscono l'intensità delle varie forze.

## Legge di Gravitazione Universale

Due particelle di massa  $m_1$  ed  $m_2$  e di dimensioni trascurabili rispetto alla loro distanza  $r$  si attraggono con una forza agente lungo la retta congiungente le due masse, direttamente proporzionale al prodotto delle due masse e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Dove  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  è detta *Costante universale di Gravitazione*.

### Dimostrazione

Seguiremo lo stesso procedimento seguito da Newton, ma per semplificare i calcoli supporremo che le orbite che i pianeti percorrono attorno al Sole siano circolari invece che ellittiche. Così le leggi di Keplero diventano:

**I legge:** I pianeti descrivono attorno al Sole orbite circolari aventi tutte al centro il Sole.

**II legge:** Il moto dei pianeti è uniforme (poiché il raggio è costante).

**III legge:** I quadrati dei periodi di rivoluzione sono proporzionali ai cubi dei raggi delle loro orbite ellittiche.

N.B.: dalla III legge si può scrivere

$$T_1^2 : T_2^2 = a_1^3 : a_2^3$$

e quindi

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = k = \frac{T^2}{a^3}$$

Innanzitutto supporremo che *massa inerziale* e *massa gravitazionale* siano la stessa cosa.

Dalle prime due leggi si deduce che i pianeti hanno accelerazione centripeta e quindi sono soggetti a una forza centripeta diretta verso il Sole.

Consideriamo ora un pianeta di massa  $m$ , in moto con velocità  $v$  costante su un'orbita di raggio  $r$ . La forza centripeta esercitata dal Sole sul pianeta é:

$$F_{SP} = m \frac{v^2}{r}$$

che, tenendo conto che  $v = \frac{2r\pi}{T}$ , può anche essere scritta nella forma:

$$F_{SP} = \frac{m4r^2\pi^2}{rT^2} = \frac{4\pi^2}{T^2}mr$$

Poiché per la III legge è  $T^2 = kr^2$ , con  $k$  costante per tutti i pianeti, la precedente equazione diventa:

$$F_{SP} = \frac{4\pi^2}{k} \frac{m}{r^2} = C \frac{m}{r^2}$$

con  $C$  costante uguale a  $\frac{4\pi^2}{k}$ .

Pertanto la forza di attrazione esercitata dal Sole su un pianeta è direttamente proporzionale alla massa  $m$  del pianeta.

A questo punto Newton, ispirandosi a un principio di simmetria, assunse che la forza  $F_{SP}$  esercitata dal Sole sul pianeta dovesse essere formalmente simmetrica alla forza  $F_{PS}$  esercitata dal pianeta sul Sole. Pertanto scrisse quest'ultima nella stessa forma della prima scambiando la massa  $m$  del pianeta con la massa  $M$  del Sole:

$$F_{PS} = C' \frac{M}{r^2}$$

In virtù del principio di azione e reazione, dovendo essere  $F_{SP} = F_{PS}$ , possiamo scrivere:

$$Cm = C'M$$

da cui, dividendo ambo i membri per il prodotto  $mM$ , segue:

$$\frac{C}{M} = \frac{C'}{m} = G$$

in cui  $G$  è la suddetta *Costante universale di Gravitazione*.

La forza di attrazione reciproca diventa allora:

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

che è la formula che avevamo precedentemente visto.